

A vida média do muão

A explorar:

- ✓ A probabilidade de decaimento e a lei de declínio radioativo
 - Lançamento de dados para a compreensão da lei de declínio radioativo
 - Cálculo do valor médio da distribuição e relação com a expressão da lei e interpretação da probabilidade de decaimento
- ✓ Medição experimental do valor médio do tempo de vida dos muões
 - Tratamento, linearização, e seleção dos dados
 - Obtenção da vida média dos muões
 - Discussão dos métodos, erros, e resultados
- ✓ Testar a relatividade restrita
 - Cálculo da distância média atravessada por muões com velocidade $0,999993 c$, sem a relatividade restrita; comparação com a altura da atmosfera.
 - Cálculo da distância média atravessada por muões com velocidade $0,999993 c$, tendo em conta a relatividade restrita (ponto de vista de um observador na Terra, comparação com a altura da atmosfera); cálculo da altura da atmosfera no ponto de vista do muão.

A Lei do Declínio Radioactivo

Certas partículas e estados nucleares vivem um tempo limitado. Ao fim de algum tempo decaem em outros estados mais estáveis e em partículas mais leves.

O decaimento destas partículas e estados nucleares segue uma lei muito simples, que dá pelo nome de “Lei do declínio radioactivo”, e que para as partículas instáveis se pode exprimir da seguinte forma:

“A probabilidade de uma partícula decair, por unidade de tempo, é uma propriedade desse tipo de partícula e constante no tempo”

ou, se exprimirmos por p essa probabilidade e por N o número de partículas num dado instante t , o número de partículas que vai decair num intervalo de tempo Δt seguinte – ΔN – é proporcional a p , N , e Δt :

$$\Delta N = - \text{prob.} \times N \times \Delta t \quad (< 0 \text{ porque } N \text{ diminui})$$

Em geral designamos a probabilidade p por λ = constante de decaimento, e escrevemos a lei como sendo

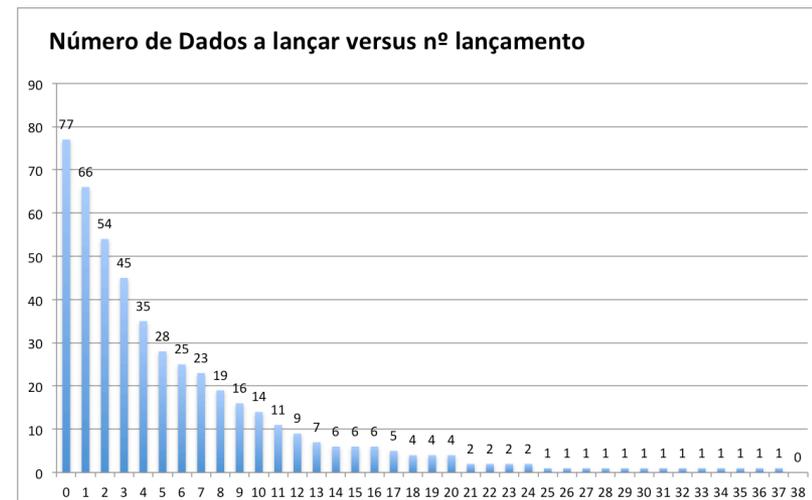
$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N \Leftrightarrow N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

Teste da Lei do Declínio Radioactivo

1. Qual a probabilidade de sair 6 no lançamento de um dado?
2. Conta os dados que ainda tens. Escreve o número de dados que tens na tabela (por ex., numa folha numérica tipo excel)

Nº ordem lançamento	Número de dados restantes
0 (início)	77 (todos)
1	
2	

3. Lança os dados que ainda tens, e retira todos os que têm resultado 6.
4. Repete os passos 2-3 enquanto tiveres dados.
5. Faz o gráfico do número de dados em função do número de ordem do lançamento (por ex., numa folha excel).



Teste da Lei do Declínio Radioactivo

6. Estima ao fim de quantos lançamentos (unidades de tempo) ficaste com a amostra reduzida a metade.
7. Usando os resultados da tabela ou do gráfico, como podes calcular/recuperar a probabilidade calculada em 1.?
8. O valor médio da distribuição é dado pelo cálculo:

$$\langle k \rangle = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{n_L} k \cdot n_k$$

em que n_L é o número total de lançamentos (até chegar a 0), k é o número de ordem do lançamento, n_k é o número de dados restantes após esse lançamento, e N é a soma dos valores n_k .

Estima o valor médio da distribuição obtida no lançamento dos dados.

9. Relaciona o valor médio com a probabilidade obtida no ponto 7.

O tempo de vida dos muões

1. No ficheiro run_muoes.xls tens um conjunto de dados, que corresponde ao número de muões que decaíu num dado tempo.
2. Nota que aqui não temos um conjunto inicial de muões fixo que vai perdendo muões, mas simplesmente medimos o tempo de vida do muões que chegam ao repouso e decaem no detector.
3. Faz um gráfico do número de muões que decaíu em função do tempo. Que semelhanças encontras com o gráfico do lançamento dos dados? E que diferenças?
4. Parece-te que os valores da escala vertical chegam a zero? Ou parece que atingem um patamar?
5. Refaz o gráfico depois de subtraíres a todos os valores o valor de patamar determinado no ponto anterior.
6. Qual a diferença de tempo entre o instante em que decaem o máximo número de muões e metade desse valor? Consegues estimar o valor médio da distribuição?

O tempo de vida dos muões

7. Para obter o valor da vida média dos muões (que é o valor médio do tempo de vida dos muões), é mais prático começar por escolher a escala logarítmica para a escala vertical (nota que já deves estar a usar os valores corrigidos).
Que tipo de curva esperas obter quando mudas a escala vertical para logarítmica?
Que curva obtiveste?
8. Há uma zona da curva (na escala logarítmica) que podes identificar com uma recta. Mede o declive da recta (escolhe dois pontos adequados para calcular o declive). Qual o significado físico deste declive?
9. Como se compara o resultado do ponto 8. com o valor médio calculado no ponto 6.? Se calhar terias de recalcular o valor médio usando apenas os valores da zona escolhida no ponto anterior (talvez estendendo a zona até chegar ao valor mais baixo)...
10. No cálculo da vida média dos muões, escolheste uma zona “recta” da curva na escala logarítmica. Porque é que podemos eliminar os primeiros pontos? Porque é que podemos eliminar os últimos pontos? Qual o significado do valor de patamar subtraído no ponto 5.?

Erros e resultados

11. Estima o erro no valor médio calculado no ponto 6., usando propagação de erros estatísticos:

$$\delta(\langle k \rangle) = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} \quad \text{com} \quad \sigma = \sqrt{\left(\frac{1}{N} \sum_{k=1}^{n_L} k^2 n_k \right) - \langle k \rangle^2}$$

12. Estima o erro no valor médio calculado no ponto 8., usando propagação de erros estatísticos (tendo por base os dois pontos escolhidos para calcular o declive):

$$\delta(\tau) = \frac{1}{\Delta t} \sqrt{\frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2}}$$

13. Qual dos erros nos dois pontos anteriores é inferior?
14. Neste trabalho mediste a vida média do muão. Como passarias a informação aos teus colegas?

Testar a relatividade restrita

A teoria da relatividade restrita implica uma nova concepção de espaço e de tempo.

Como consequência dos postulados da teoria:

1. Todas as leis da física são as mesmas em todos os referenciais de inércia.
2. A velocidade da luz no vácuo é constante e igual a c em todos os referenciais inerciais, e independente das velocidades do observador ou receptor.

temos que o tempo medido num referencial em repouso (τ) é dilatado quando medido num referencial em movimento (t):

$$t = \frac{\tau}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

e o espaço medido num referencial em repouso (l_0) é contraído quando medido num referencial em movimento (l):

$$l = l_0 \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}$$

Testar a relatividade restrita

1. Com o valor calculado para a vida média dos muões na atividade anterior, estima a distância média percorrida por muões com velocidade $v=0,999993 c$, na perspectiva clássica (sem relatividade restrita). Compara com a altura da atmosfera.
2. Os muões são criados na interação de raios cósmicos muito energéticos com os núcleos no topo da atmosfera. Mas então como é que podemos detectar muões à superfície da Terra? Calcula outra vez a distância média atravessada pelos muões com a velocidade dada no ponto anterior, mas agora tendo em conta a relatividade restrita. O tempo da vida média dos muões calculado na atividade anterior será a variável t ou τ na expressão a usar ?
3. No ponto anterior usaste a relatividade restrita para reconciliar a curta vida média dos muões (calculada na atividade anterior) com o facto de chegarem à superfície da Terra, apesar de serem criados no topo da atmosfera e não poderem ultrapassar a velocidade da luz no vácuo. Mas isso foi no nosso ponto de vista (de um observador na Terra). Para o muão é a superfície da Terra que se aproxima dele e, do seu ponto de vista em que está em repouso, claro que vive apenas o tempo calculado na atividade anterior (e a também não ultrapassa a velocidade da luz no vácuo). Então como é que é no ponto de vista do muão? A superfície da Terra consegue chegar ao muão antes deste decair?